

ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

МАТЕМАТИКА И ФИЗИКА

УДК 532.546.013.4:536.25

НЕЛИНЕЙНЫЕ РЕЖИМЫ КОНВЕКЦИИ БИНАРНОЙ СМЕСИ В ПОРИСТОМ ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ ПРИ МОДУЛЯЦИИ ГРАДИЕНТА ТЕМПЕРАТУРЫ

Н. С. Булгакова

Институт проблем геотермии ДНЦ РАН

Представлены результаты численного исследования фильтрационной конвекции бинарной смеси, насыщающей пористый массив прямоугольного сечения, при модуляции градиента температуры около некоторого среднего значения. Проведен сравнительный анализ результатов расчетов по линеаризованной и полной системам уравнений, описывающих конвекцию смеси в пористой среде. Исследованы надкритические режимы конвекции бинарной смеси, насыщающей пористый прямоугольник, при стационарных граничных условиях и в условиях периодической модуляции градиента температуры.

The results of numerical studies of filtration convection of a binary mixture saturating the porous massif of a rectangular section at modulation of temperature gradient near some mean value have been represented in the article. Comparative analysis of computation results by linearized and full sets of equations, describing the mixture convection in a porous medium has been conducted. The overcritical convection modes of the binary mixture, saturating the porous rectangle have been investigated under stationary boundary conditions and conditions of periodical modulation of temperature gradient.

Ключевые слова: конвективная устойчивость; модуляция градиента температуры; пористая среда; нелинейные режимы конвекции.

Keywords: convective stability; modulation of temperature gradient; porous medium; non-linear convection regimes.

Понимание свойств конвекции и характера влияния различных осложняющих факторов на устойчивость способствует созданию и совершенствованию методов управления устойчивостью течений и равновесия. Пористость среды, многокомпонентность смеси, наличие переменного параметра в гидродинамической системе, а также геометрия изучаемой области могут существенно повлиять на устойчивость данной системы и характер конвективного движения. В условиях модуляции градиента температуры или ускорения поля тяжести, при определенных соотношениях между амплитудой и частотой модуляции появляются резонансные области динамической неустойчивости. Для случая чистой жидкости в полости эти явления описаны в [1]. В [2, 3] проведен анализ неустойчивости плоского горизонтального слоя бинарной газовой смеси под действием модулированного во времени градиента температуры. При этом модуляция параметров во времени в зависимости от амплитуды и частоты может как стабилизировать неустойчивое основное состояние, так и дестабилизировать равновесие жидкости. В [4] исследована двумерная тепловая конвекция однокомпонентного флюида в пористой среде для двукратно вытянутой прямоугольной области с постоянными параметрами и фиксированной температурой на границах. Рассчитаны поля конвективных скоростей и температур, установлены размеры конвективных ячеек в зависимости от числа Рэлея. Для плоской задачи фильтрационной конвекции многокомпонентной жидкости, насыщающей пористый массив прямоугольного сечения, исследование сценариев развития непрерывных семейств стационарных режимов, ответвляющихся от механического равновесия, проведено в [5]. В [6] изучена конвективная устойчивость бинарной смеси в горизонтальном пористом слое при модуляции

градиентов температуры или концентрации. Показано, что модуляция параметров играет только дестабилизирующую роль.

Линейная теория, основанная на рассмотрении малых возмущений, позволяет найти условие возникновения конвекции и описать развитие достаточно слабых возмущений. С увеличением амплитуды возмущений возникают нелинейные механизмы, которые могут быть исследованы лишь на основе полных нелинейных уравнений конвекции [1,7]. В [8] проведены численные расчеты зависимости числа Нуссельта от числа Рэлея для двухмерной конвекции однокомпонентного флюида в пористом прямоугольнике при разных граничных условиях. Подробно описана экономичная разностная схема для расчетов. В [9] методом сеток проведено численное исследование нестационарной конвекции чистой жидкости, когда на горизонтальных границах полости периодически меняется температура.

В данной работе изучаются надкритические режимы конвекции в горизонтальном пористом прямоугольнике, заполненном газовой бинарной смесью, при условии периодической модуляции вертикального градиента температуры, концентрация на горизонтальных границах постоянна.

1. Постановка задачи

Рассматривается пористый прямоугольник толщины L , ширины $2L$, насыщенный бинарной смесью. На горизонтальных границах заданы температуры и концентрации, причем градиент концентрации постоянен, а градиент температуры изменяется периодически с частотой ω , на вертикальных границах – условия отсутствия потока тепла и примеси. Уравнение состояния бинарной смеси: $\rho = \rho_0(1 - \beta_1 T - \beta_2 C)$, где ρ_0 – характерная плотность среды, соответствующая средним значениям концентрации и температуры, а через T и C обозначим отклонения от этих средних значений, β_1 и β_2 – коэффициенты температурного и концентрационного расширения (если C – концентрация легкой компоненты, то $\beta_2 > 0$). Систему уравнений конвекции бинарной смеси в пористой среде в приближении Дарси – Буссинеска без учета перекрестных эффектов и граничные условия можно записать в виде [10]:

$$\begin{aligned}
 \frac{\eta}{k} \mathbf{u} &= -\nabla p - \rho_0 g(1 - \beta_1 T - \beta_2 C) \mathbf{g} \\
 C_m \frac{\partial T}{\partial t} + C_p \rho_0 \mathbf{u} \nabla T &= \lambda \Delta T \\
 m \frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla C &= D \Delta C \\
 \operatorname{div} \mathbf{u} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{1.1}$$

$$z = 0: T = T_1, C = C_1, u_x = 0$$

$$z = L: T = T_2 + T_0 \sin \omega t, C = C_2, u_z = 0$$

$$x = -L; L: \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial x} = 0, u_x = 0.$$

Здесь \mathbf{u} – поле скоростей, p – давление в смеси, отсчитываемое от гидростатического, соответствующего ρ_0 , η – кинематическая вязкость, λ – эффективная теплопроводность пористой среды, C_m – эффективная теплоемкость единицы объема пористой среды, C_p – теплоемкость смеси при постоянном давлении, D – коэффициент диффузии, k – проницаемость, m – пористость, \mathbf{g} – единичный вектор направленный против поля тяжести. Введем систему координат следующим образом: ось x направим вдоль нижней границы слоя, а ось z – вертикально вверх.

При механическом равновесии ($\mathbf{u} = 0$) установившееся решение задачи (1.1) имеет вид [11]:

$$T_s = T_1 - Az + Q_s(t, z), \quad C_s = C_1 - Bz$$

(1.2)

$$Q_s(t, z) = Q_1(z) \sin \omega t + Q_2(z) \cos \omega t.$$

$$A = \frac{T_1 - T_2}{L}, \quad B = \frac{C_1 - C_2}{L}, \quad a = \sqrt{\frac{C_m \omega}{2I}}$$

$$Q_1(z) = -T_0 [q_1 shaz \cos az + q_2 chaz \sin az]$$

$$Q_2(z) = -T_0 [q_1 chaz \sin az - q_2 shaz \cos az], \quad q_1 = \frac{shaL \cos aL}{S}, \quad q_2 = \frac{chaL \sin aL}{S},$$

$$S = sh^2 aL \cos^2 aL + ch^2 aL \sin^2 aL.$$

Подставив возмущенные величины $T_s + T'$, $C_s + C'$, $p_s + p'$ (\mathbf{u} – малая скорость) в уравнения и опуская штрихи, запишем эту систему в безразмерном виде, при этом введем характерные масштабы: L – толщины пористой среды, AL – температуры, $\frac{r_0 g k |b_1 A| L}{h}$ – скорости, $\frac{m^2 h C_p}{C_m g k |Ab_1|}$ – времени, BL – концентрации, $r_0 g |b_1 A| L^2$ – давления.

$$\mathbf{u} = -\nabla p + \left(\text{sign}(R) \cdot T + \frac{Rd}{Le|R|} C \right) \vec{y}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla T - \left(1 - \frac{\partial Q_z}{\partial z} \right) \mathbf{u} = \frac{1}{|R|} \Delta T$$

$$\frac{1}{b} \frac{\partial \tilde{N}}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla C - \mathbf{u} = \frac{1}{Le|R|} \Delta C$$

$$R = \frac{\rho_0^2 g k \beta_1 A L^2 C_p}{\lambda \eta}, \quad Rd = \frac{\rho_0 g k \beta_2 B L^2}{D \eta}, \quad Le = \frac{\lambda}{\rho_0 C_p D}, \quad b = \frac{C_m}{m C_p \rho_0}.$$

Введем функцию тока Ψ и, исключив из системы давление, получим:

$$\Delta \psi = -\text{sign}(R) \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{Rd}{Le|R|} \frac{\partial C}{\partial x}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_x \frac{\partial T}{\partial x} + u_z \frac{\partial T}{\partial z} - \left(1 - \frac{\partial Q_z}{\partial z} \right) u_x = \frac{1}{|R|} \Delta T$$

(1.3)

$$\frac{1}{b} \frac{\partial C}{\partial t} + u_x \frac{\partial C}{\partial x} + u_z \frac{\partial C}{\partial z} - u_x = \frac{1}{Le|R|} \Delta C$$

$$Q_s(t, z) = Q_1(z) \sin \Omega t + Q_2(z) \cos \Omega t$$

$$Q_1(z) = -d [q_1 shaz \cos az + q_2 chaz \sin az], \quad Q_2(z) = -d [q_1 chaz \sin az - q_2 shaz \cos az], \quad a = \sqrt{\frac{\Omega |R|}{2}},$$

$$d = \frac{T_0}{A \cdot L}, \quad q_1 = \frac{sha \cos a}{S}, \quad q_2 = \frac{cha \sin a}{S},$$

$$S = sh^2 a \cos^2 a + ch^2 a \sin^2 a.$$

При граничных условиях:

$$x = 1; 1: \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial C}{\partial x} = 0, \quad y = 0,$$

$$z = 0; 1: T = 0, \quad C = 0, \quad y = 0,$$

Le – число Льюиса, d – безразмерная амплитуда модуляции, R, Rd – число Рэлея и его диффузионный аналог.

Условие возникновения конвекции позволяет найти линейная теория, основанная на рассмотрении малых

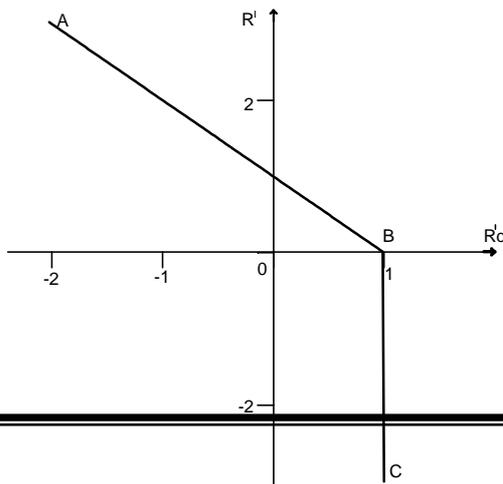


Рис. 1. Карта устойчивости бинарной

возмущений. В [12] показано, что точкам области равновесия смеси в параметрическом пространстве (при отсутствии модуляции) на плоскости амплитуда – частота модуляции соответствует нейтральная кривая, ниже которой возмущения затухают, выше – нарастают. Каждая нейтральная кривая имеет либо «целый» тип (период колебаний соответствует периоду модуляции), либо «полуцелый» (период колебаний вдвое больше периода модуляции), либо состоит из чередующихся участков «целого» и «полуцелого» типов. Структуры нейтральных кривых в случаях отсутствия и наличия примеси в газах качественно совпадают.

Следуя [12], на рис. 1 приведена карта устойчивости смеси на плоскости (R', Rd') в отсутствие модуляции.

Область устойчивости расположена внутри угла ABC , причем при пересечении луча BA имеет место монотонная неустойчивость, а при пересечении луча BC – колебательная.

Возмущения в надкритической области, и в частности предельные режимы, возникающие в результате развития конечных возмущений, могут быть исследованы лишь на основе полных нелинейных уравнений конвекции (1.3). При этом основными характеристиками возмущений будут безразмерный поток тепла (число Нуссельта):

$$Nu = -\frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{\partial T}{\partial z} dx, \text{ линии тока и изотермы.}$$

Численный расчет конвекции бинарной смеси в пористой среде на основе полных уравнений (1.3) был выполнен как с постоянным, так и с модулируемым во времени градиентом температуры. Для решения данной системы уравнений использовалась неявная монотонная разностная схема расщепления для уравнений переноса в сочетании с методом переменных направлений с постоянными параметрами для уравнения Пуассона [9]:

$$\frac{T^{n+1/2} - T^n}{t/2} = L_z T^n + L_x T^{n+1/2}$$

$$\frac{T^{n+1} - T^{n+1/2}}{t/2} = L_z T^{n+1} + L_x T^{n+1/2}$$

$$\frac{1}{b} \frac{C^{n+1/2} - C^n}{t/2} = L_z C^n + L_x C^{n+1/2}$$

$$\frac{1}{b} \frac{C^{n+1} - C^{n+1/2}}{t/2} = L_z C^{n+1} + L_x C^{n+1/2}$$

$$\frac{\psi^{s+1/2} - \psi^s}{\tau_{s1}} = \delta_{zz} \psi^s + \delta_{xx} \psi^{s+1/2} + \text{sign}(R) \delta_x T^{n+1} + \frac{Rd}{|R|Le} \delta_x C^{n+1}$$

$$\frac{\psi^{s+1} - \psi^{s+1/2}}{\tau_{s2}} = \delta_{zz} \psi^{s+1} + \delta_{xx} \psi^{s+1/2} + \text{sign}(R) \delta_x T^{n+1} + \frac{Rd}{|R|Le} \delta_x C^{n+1}$$

$$L_x C^n = -\frac{u_x - |u_x|}{2} \delta_x^+ C^n - \frac{u_x + |u_x|}{2} \delta_x^- C^n + \left[\frac{1}{|R|} - \frac{|u_x| h_x}{2} \right] \delta_{xx} C^n$$

$$L_x T^n = -\frac{u_x - |u_x|}{2} \delta_x^+ T^n - \frac{u_x + |u_x|}{2} \delta_x^- T^n + \left[\frac{1}{|R|} - \frac{|u_x| h_x}{2} \right] \delta_{xx} T^n$$

$$L_z T^n = -\frac{u_z - |u_z|}{2} \delta_z^+ T^n - \frac{u_z + |u_z|}{2} \delta_z^- T^n + \left[\frac{1}{|R|} - \frac{|u_z| h_z}{2} \right] \delta_{zz} T^n + u_z \left(1 - \frac{\partial Q}{\partial z} \right)$$

$$L_z C^n = -\frac{u_z - |u_z|}{2} \delta_z^+ C^n - \frac{u_z + |u_z|}{2} \delta_z^- C^n + \left[\frac{1}{|R|} - \frac{|u_z| h_z}{2} \right] \delta_{zz} C^n + u_z$$

$d_x^+ T$, $d_x^- T$, $d_z^+ T$, $d_z^- T$ – соответственно правые и левые разностные производные T по x и z . $d_{xx} T$, $d_{zz} T$ – вторые разностные производные по x и z (аналогично для C).

Полученная разностная схема решалась методом продольно-поперечной прогонки, с проверкой невязок на каждом временном шаге. В качестве начального условия выбиралось распределение температуры и концентрации $T(x, z) = a_1 \cos px \sin pz$, $C(x, z) = a_2 \cos px \sin pz$, в отсутствие конвекции $\psi(x, z) = 0$.

2. Обсуждение результатов

Расчеты показали, что на карте чисел Релея (построенной по линеаризованным уравнениям, рис. 1) при стационарных граничных условиях для всех пар значений теплового и диффузионного чисел Релея внутри угла ABC , решения нелинейной задачи полностью подтверждают линейную теорию, т.е. при всех начальных условиях возмущения затухают и механическое равновесие устойчиво.

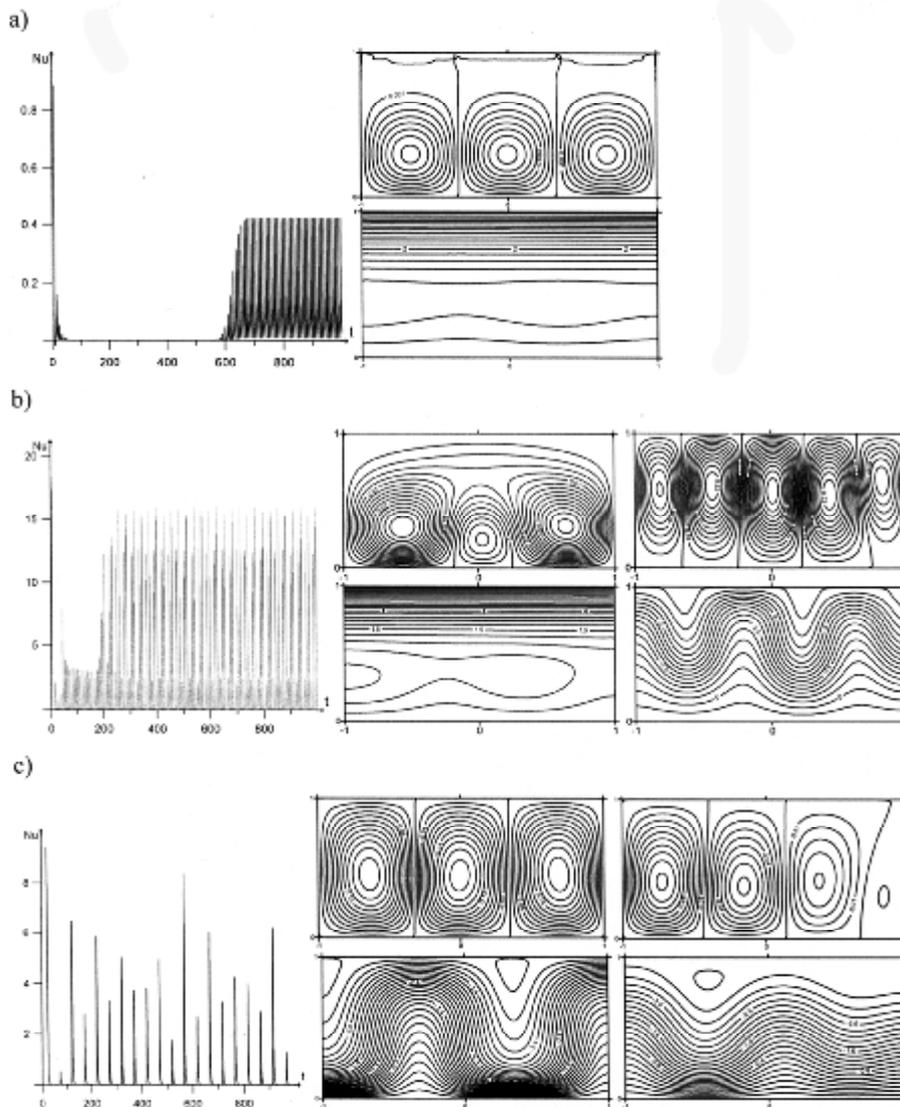


Рис. 2. Зависимость усредненного числа Нуссельта от времени, справа показаны линии тока и под ними изотермы в различные моменты времени, $Rd = -0.5$, $R = 0.5$:
 а) $1/w = 1.5$ и $r = 4.6$; б) $1/w = 1.5$ и $r = 5.5$; в) $1/w = 7.9$, $r = 4.5$

Численное решение полных дифференциальных уравнений при модуляции градиента температуры показало, что нейтральные кривые, построенные для каждой пары чисел Рэлея (по линеаризованным уравнениям) [12], превышают критерий и дают границу лишь условной устойчивости (устойчиво относительно бесконечно малых возмущений и не устойчиво относительно конечных). Причем по линейной теории критическая амплитуда с уменьшением частоты модуляции растет, а решение задачи в нелинейной постановке показывает, что при этом наблюдается расширение области подкритической неустойчивости. Например, по линейной теории для точки $Rd = -0.5$, $R = 0.5$ при частоте модуляции $1/w = 1.5$ критическая амплитуда, выше которой возмущения нарастают, равна $r = 5.564$, для $1/w = 7.9$ — $r = 10.457$. Расчеты по нелинейной системе уравнений показали, что для $1/w = 1.5$ при $r = 4.6$ через определенный промежуток времени возникает трехъячеечное движение (рис. 2а), при увеличении амплитуды модуляции, с течением времени происходит перестройка режимов конвекции, изменяется количество ячеек и направление движения (рис. 2б). Для $1/w = 7.9$ уже при $r = 4.5$ также устанавливается конвективное движение, которое с течением времени может менять направление и количество ячеек (рис. 2с).

Аналогичные результаты получены и для случая без примеси.

При постоянных граничных условиях в надкритической области над прямой (вблизи) AB (рис. 1), в зависимости от начальных условий устанавливается одно из двух стационарных разнонаправленных течений (рис. 3а). При движении вверх по оси R получаем по две пары разнонаправленных движений, причем одна пара (1, 2) соответствует двухъячейстому движению, а вторая (3,4) – четырехъячейстому (рис. 3б). Справа от луча BC до прямой AB (рис. 1) возникают колебательные режимы конвекции (рис. 3с). Причем вне угла ABC (рис. 1) при $R < 0$ (подогрев сверху) возникает двухъячейстая концентрационная конвекция (стационарный или колебательный режимы) при тепловом потоке направленном вниз (число Нуссельта отрицательно) (рис. 3с).

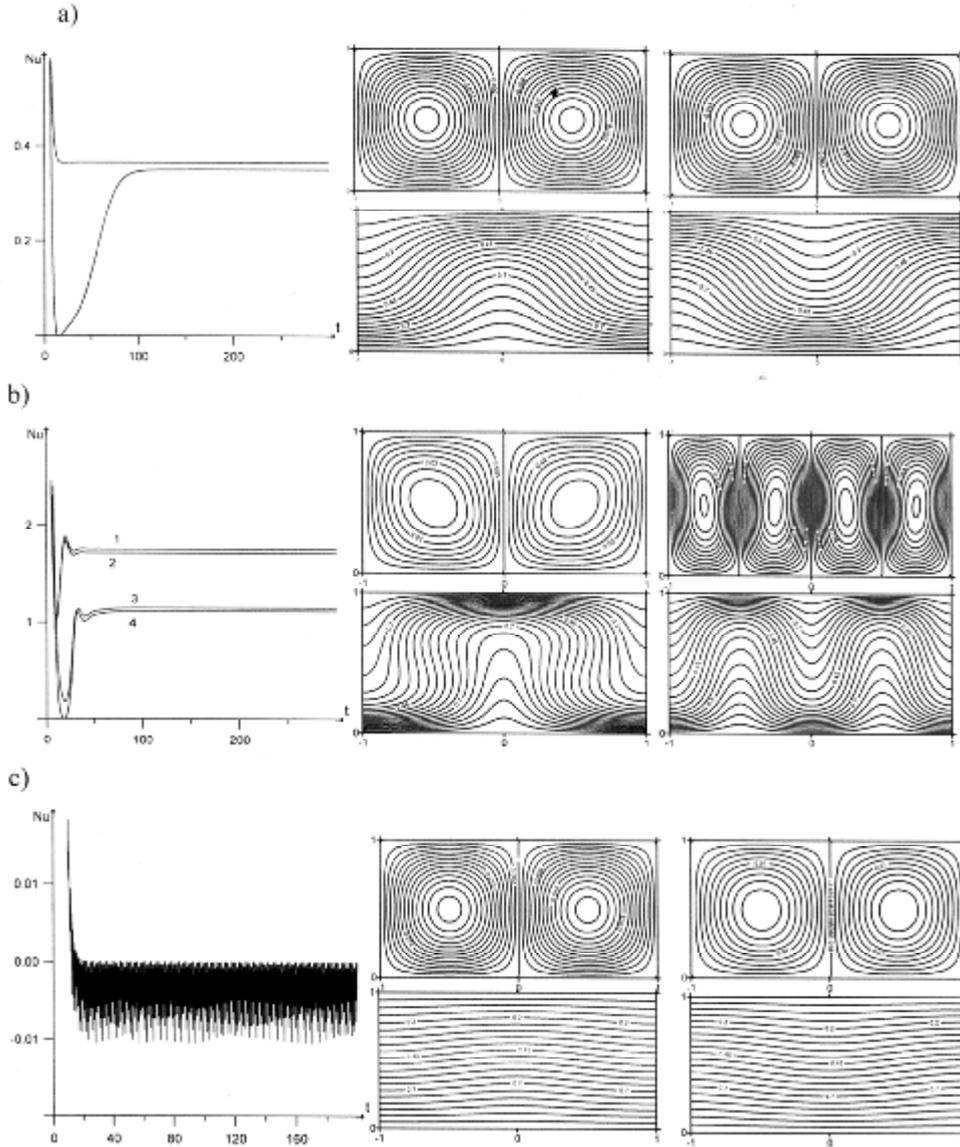


Рис. 3. Зависимости числа Нуссельта от времени при постоянных граничных условиях:
 а) $Rd = -0.5, R = 1.7$, справа показаны линии тока и под ними изотермы соответственно для линий (1) и (2);
 б) $Rd = -0.5, R = 3$, (1,2) – стационарное двухъячейстое движение, (3,4) – стационарное четырехъячейстое. Справа линии тока и под ними изолинии соответственно для линий (1) и (3). Для линий (2) и (4) течения противоположны соответственно (1) и (3);
 в) $Rd = 1.5, R = -2$, справа – функции тока и под ними изотермы в различные моменты времени (при разных начальных условиях колебания отличаются по фазе)

Модуляция градиента температуры приводит к тому, что для любых частот при малых амплитудах модуляции появляются колебания вокруг стационарных решений (рис. 4а), число ячеек при этом соответствует их числу при постоянных граничных условиях (рис. 3b). С возрастанием амплитуды модуляции возмущения исходных движений нарастают, линии (1-4), сливаясь, переходят в одно установившееся двухъячеестое решение (рис. 4b). При дальнейшем увеличении амплитуды модуляции количество конвективных ячеек возрастает до четырех.

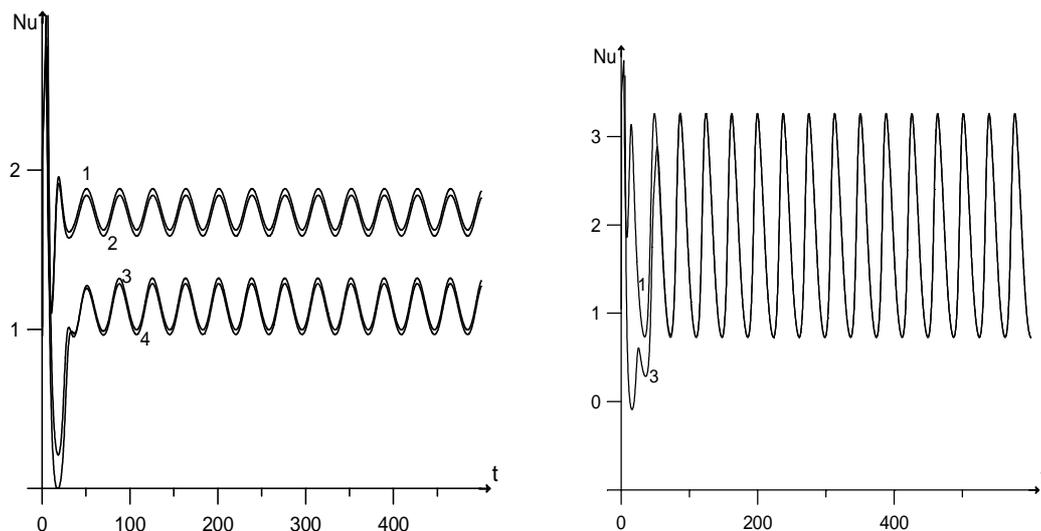


Рис. 4. Зависимости числа Нуссельта от времени для $Rd = -0.5$, $R = 3$: а) при частоте модуляции $1/w = 1$ и амплитуде $r = 0.1$; б) при частоте модуляции $1/w = 1$ и амплитуде $r = 1$

В области колебательной неустойчивости (между прямыми AB и BC , рис. 1) модуляция градиента температуры с малой амплитудой ($r = 0.1$, $w = 1$) практически не изменяет зависимость числа Нуссельта от времени. При амплитудах модуляции порядка $r = 1$ число Нуссельта периодически меняет знак, при этом сохраняется двухъячеестое движение (рис. 5а). В случае достаточно больших амплитуд модуляции с течением времени изменяется число конвективных ячеек и происходит инверсия движений (рис. 5b). Для различных начальных условий колебания числа Нуссельта во времени смещаются по фазе и движение может быть как двух- так и четырехъячеестым. Для малых частот модуляции ($w = 0.1$) требуется большая амплитуда модуляции, чтобы возник тепловой поток, направленный вверх. Так, при $r = 1$ тепловой поток отрицателен, движения по-прежнему двухъячеестые, со сменой направлений (рис. 5с). А при амплитуде $r = 5$ тепловой поток периодически направляется вверх (рис. 5d).

Заклучение

Численно исследована свободная конвекция бинарной смеси газов в пористом прямоугольнике при модуляции градиента температуры около некоторого среднего значения на основе полных дифференциальных уравнений. Расчеты показали, что при стационарных граничных условиях граница устойчивости, полученная по линеаризованным уравнениям [12], достаточно точно разделяет установившиеся и затухающие решения нелинейной задачи. Выявлено, что при модуляции градиента температуры линейная теория завышает критическую амплитуду потери устойчивости, т.е. дает границу условной устойчивости (устойчиво относительно бесконечно малых возмущений и не устойчиво относительно конечных). Построены

зависимости безразмерного потока тепла (число Нуссельта) от времени при различных режимах конвекции.

Получено, что для каждой пары надкритических чисел Релея в случае постоянных граничных условий существует несколько стационарных режимов, отличающихся либо количеством конвективных ячеек, либо направлением движения. Модуляция градиента температуры приводит к тому, что число Нуссельта при малых амплитудах модуляции колеблется около установившихся решений с увеличением амплитуды модуляции, возмущения установившихся движений нарастают, и в результате их слияния образуется единственное решение. При дальнейшем возрастании амплитуды модуляции может меняться число конвективных ячеек и происходить инверсия движений в различные моменты времени. При подогреве сверху имеется область установившихся колебательных возмущений, в которой тепловой поток направлен вниз, при этом возникает двухъячеистая концентрационная конвекция. В этой области модуляция градиента температуры с достаточной амплитудой вызывает периодические потоки тепла вверх.

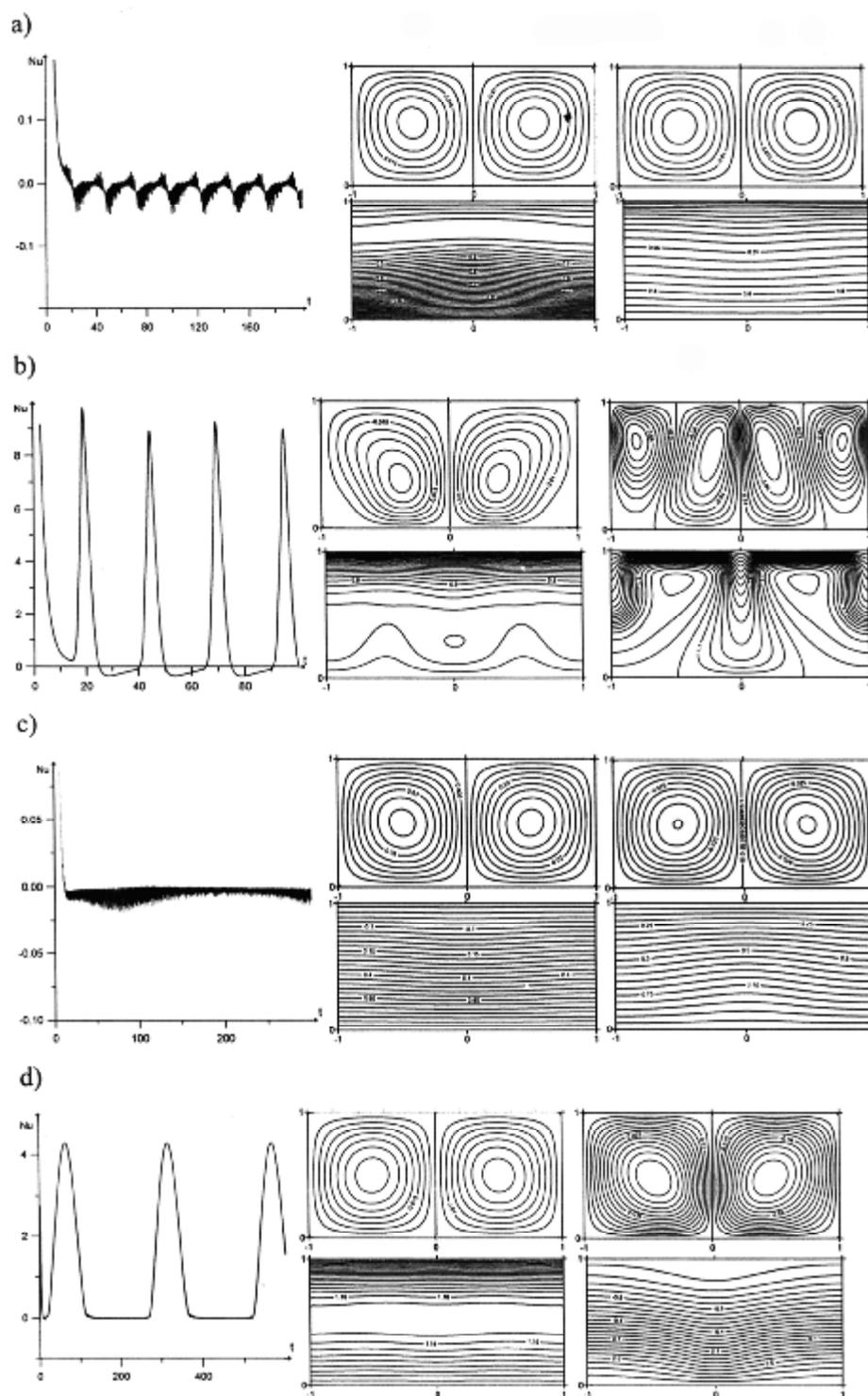


Рис. 5. Зависимость числа Нуссельта от времени для $Rd = 1.5$, $R = -2$:
 а) при частоте модуляции $1/w = 1$ и амплитуде $r = 1$; б) $1/w = 1$, $r = 5$;
 с) при частоте модуляции $1/w = 10$ и амплитуде $r = 1$; д) $1/w = 10$, $r = 5$
 (справа – функции тока и под ними изотермы в различные моменты времени)

Автор выражает благодарность М.М. Рамазанову за постановку задачи и обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
2. Смородин Б.Л. Конвекция бинарной смеси в условиях термодиффузии и переменного градиента температуры // ПМТФ. 2002. Т. 43. № 2. С. 54–61.
3. Булгакова Н.С., Рамазанов М.М. Конвективная устойчивость горизонтального слоя бинарной смеси при модуляции градиента температуры // Изв. РАН. Механика жидкости и газа (далее – МЖГ). 2010. № 3. С. 22–32.
4. Трубицын В.П., Николайчик В.В. Тепловая конвекция в пористых средах // Физика земли. 1991. № 1. С. 3–18.
5. Кантур О.Ю., Цибулин В.Г. Численное исследование плоской задачи конвекции многокомпонентной жидкости в пористой среде // Изв. РАН. МЖГ. 2004. № 3. С. 123–133.
6. Рамазанов М.М. Устойчивость бинарной смеси в пористом слое при модуляции параметров // Изв. РАН. МЖГ. 1999. № 5. С. 118–125.
7. Гебхарт Б., Джалурия Й., Махаджан Р., Саммакия Б. Свободноконвективные течения, тепло- и массообмен. М.: Мир, 1991. 528 с.
8. Клейн И.С., Полежаев В.И. Конвективный теплообмен в проницаемых пористых средах: Препринт / ИПМ АН СССР. М., 1978. № 111. 67 с.
9. Бурдэ Г.И. Численное исследование нестационарной конвекции, возникающей в условиях модуляции температуры границ // Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск, 1971. Т. 2. № 4. С. 16.
10. Бедриковецкий П.Г., Полонский Д.Г., Шапиро А.А. Анализ конвективной неустойчивости бинарной смеси в пористой среде // Изв. РАН. МЖГ. 1993. № 1. С. 110–119.
11. Рамазанов М.М. Влияние скин-эффекта на конвективную устойчивость бинарной смеси в пористом слое при модуляции граничной температуры // Изв. РАН. МЖГ. 2001. № 2. С. 122–127.
12. Булгакова Н.С. Конвективная устойчивость бинарной смеси в пористом прямоугольнике при модуляции градиента температуры // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2011. № 3. С. 22–26.

Поступила в редакцию 01.06.2011 г.
Принята к печати 26.03.2012 г.